

Lösung zur Klausur zu Signal- und Systemtheorie I 20. Januar 2015

1. Aufgabe

- (a) Das Signal $\cos(\pi n/4)$ hat Periodendauer 8 und das Signal $\sin(\pi n/2)$ hat Periodendauer 4, somit hat $x[n] = \cos(\pi n/4) \sin(\pi n/2)$ Periodendauer 8.
- (b) Wir können das Signal $x[n]$ in der folgenden Form darstellen:

$$\begin{aligned} x[n] &= \cos(\pi n/4) \sin(\pi n/2) \\ &= \frac{1}{2} (e^{j\pi n/4} + e^{-j\pi n/4}) \frac{1}{2j} (e^{j\pi n/2} - e^{-j\pi n/2}) \\ &= \frac{1}{4j} (e^{3j\pi n/4} - e^{-j\pi n/4} + e^{j\pi n/4} - e^{-3j\pi n/4}) \\ &= \frac{1}{4j} (e^{j\pi n/4} + e^{3j\pi n/4} - e^{7j\pi n/4} - e^{5j\pi n/4}). \end{aligned}$$

Aus der Formel zur Rücktransformation

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}[k] e^{2\pi i k n / N} = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 \hat{x}[k] e^{j\pi k n / 4}$$

erhalten wir durch Koeffizientenvergleich die folgenden Werte:

k	$\hat{x}[k]$
0	0
1	$-2j$
2	0
3	$-2j$
4	0
5	$2j$
6	0
7	$2j$

- (c) Das Signal $y[n] = (x[n])^2$ ist periodisch, da $y[n+N] = (x[n+N])^2 = (x[n])^2 = y[n]$, wobei N die Periodendauer von $x[n]$ ist. Das Signal $\cos^2(\pi n/4)$ hat Periodendauer 4 und das Signal $\sin^2(\pi n/2)$ hat Periodendauer 2, somit hat $y[n]$ eine Periodendauer von höchstens 4. Durch die spezielle Struktur der Werte

dieser beiden Teilsignale ergibt sich jedoch eine noch kürzere Periodendauer, denn für die ersten 4 Werte erhalten wir

$$y[0] = \cos^2(0) \sin^2(0) = 0$$

$$y[1] = \underbrace{\cos^2(\pi/4)}_{=\frac{1}{2}} \underbrace{\sin^2(\pi/2)}_{=1} = \frac{1}{2}$$

$$y[2] = \underbrace{\cos^2(\pi/2)}_{=1} \underbrace{\sin^2(\pi)}_{=0} = 0$$

$$y[3] = \underbrace{\cos^2(3\pi/4)}_{=\frac{1}{2}} \underbrace{\sin^2(3\pi/2)}_{=1} = \frac{1}{2}.$$

Somit hat das Signal $y[n]$ die Periodendauer 2. Die Werte der DFT von $y[n]$ ergeben sich zu

$$\hat{y}[0] = y[0] + y[1] = \frac{1}{2}$$

$$\hat{y}[1] = y[0] - y[1] = -\frac{1}{2}.$$

2. Aufgabe

- (a) Die Abtastwerte $x(t_0 + nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, entsprechen den “gewöhnlichen” Abtastwerten $y(nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, für das Signal $y(t) := x(t_0 + t)$. Das bedeutet $x(t)$ an den Stellen $t_0 + nT$, $n \in \mathbb{Z}$, abzutasten entspricht einer Verschiebung von $x(t)$ um t_0 und einer Abtastung des resultierenden verschobenen Signals an den Stellen nT , $n \in \mathbb{Z}$. Die Verschiebungseigenschaft der Fouriertransformation ergibt nun $\hat{y}(f) = e^{2\pi i t_0 f} \hat{x}(f)$, somit hat $y(t)$ die gleiche Bandbreite wie $x(t)$. Nach dem Abtasttheorem ist das Signal $y(t)$ daher für jedes t_0 eindeutig durch seine Abtastwerte $y(nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, charakterisiert vorausgesetzt, dass $1/T \geq 2f_B$ oder, anders ausgedrückt, dass $T \leq 1/(2f_B)$. Die Eigenschaft, dass $y(t)$ eindeutig durch seine Abtastwerte $y(nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, charakterisiert ist, ist gleichbedeutend damit, dass $x(t)$ eindeutig durch die Abtastwerte $x(t_0 + nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, charakterisiert ist, da $y(t)$ nur eine zeitverschobene Version von $x(t)$ ist.

- (b) i.

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_x(t_0 + T, f) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + (k+1)T) e^{-2\pi i k T f} \\ &\stackrel{k' := k+1}{=} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} x(t_0 + k'T) e^{-2\pi i (k'-1) T f} \\ &= e^{2\pi i T f} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} x(t_0 + k'T) e^{-2\pi i k' T f} \\ &= e^{2\pi i T f} \mathcal{Z}_x(t_0, f). \end{aligned}$$

- ii.

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_x\left(t_0, f + \frac{1}{T}\right) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) e^{-2\pi i k T (f + 1/T)} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) e^{-2\pi i k T f} \underbrace{e^{-2\pi i k}}_{=1} \\ &= \mathcal{Z}_x(t_0, f). \end{aligned}$$

- (c) Zunächst formen wir die Zak-Transformation um

$$\mathcal{Z}_x(t_0, f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) e^{-2\pi i k T f} \quad (1)$$

$$= e^{2\pi i t_0 f} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) e^{-2\pi i (t_0 + kT) f}. \quad (2)$$

Wir wenden die Poissonsche Summenformel

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} y(t + kT) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{y}(k/T) e^{2\pi i k t / T}$$

auf die Summe in (2) an, wobei $y(t) := x(t)e^{-2\pi i t f}$. Dies ergibt

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) e^{-2\pi i (t_0 + kT) f} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{x}\left(\frac{k}{T} + f\right) e^{2\pi i k t_0 / T}$$

und damit erhalten wir

$$\mathcal{Z}_x(t_0, f) = \frac{1}{T} e^{2\pi i t_0 f} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{x}\left(f + \frac{k}{T}\right) e^{2\pi i k t_0 / T}.$$

(d) i. Mit der Definition der Zak-Transformierten erhalten wir

$$T \int_0^{1/T} (\mathcal{Z}_x(t_0, f)) df = T \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) \int_0^{1/T} e^{-2\pi i k T f} df. \quad (3)$$

Für $k = 0$ gilt

$$\int_0^{1/T} e^{-2\pi i k T f} df = \int_0^{1/T} 1 df = \frac{1}{T}. \quad (4)$$

Für $k \neq 0$ erhalten wir

$$\int_0^{1/T} e^{-2\pi i k T f} df = -\frac{1}{2\pi i k T} e^{-2\pi i k T f} \Big|_{f=0}^{f=1/T} = -\frac{e^{-2\pi i k} - e^0}{2\pi i k T} = 0. \quad (5)$$

Somit bleibt in (3) nur der Summand für $k = 0$ übrig und wir erhalten

$$T \int_0^{1/T} \mathcal{Z}_x(t_0, f) df = x(t_0).$$

ii. Mit Hilfe der Beziehung, die in Teilaufgabe (c) gezeigt wurde, ergibt sich

$$\int_0^T \mathcal{Z}_x(t_0, f) e^{-2\pi i t_0 f} dt_0 = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{x}\left(f + \frac{k}{T}\right) \int_0^T e^{2\pi i k t_0 / T} dt_0.$$

Analog wie in (4)-(5) lässt sich zeigen, dass

$$\int_0^T e^{2\pi i k t_0 / T} dt_0 = T \delta[k]$$

gilt, und somit erhalten wir

$$\int_0^T \mathcal{Z}_x(t_0, f) e^{-2\pi i t_0 f} dt_0 = \hat{x}(f).$$

(e) Wir gehen aus von der Beziehung aus Teilaufgabe (c)

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) e^{-2\pi i k T f} = \frac{1}{T} e^{2\pi i t_0 f} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{x}\left(f + \frac{k}{T}\right) e^{2\pi i k t_0 / T}. \quad (6)$$

Aus Teilaufgabe (a) und der Annahme, dass $1/T$ kritischer Abtastung entspricht, wissen wir, dass $1/T = 2f_B$. Somit tritt in den Summanden auf der rechten Seite von (6) kein Aliasing auf. Daher können wir das Spektrum von

$x(t)$ rekonstruieren, indem wir die rechte Seite von (6) mit folgendem Filter multiplizieren

$$\hat{h}(f) := \begin{cases} T \cdot e^{-2\pi i t_0 f}, & |f| \leq f_B \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

In Formeln bedeutet dies

$$\hat{h}(f) \cdot \frac{1}{T} e^{2\pi i t_0 f} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{x}\left(f + \frac{k}{T}\right) e^{2\pi i k t_0 / T} = \hat{x}(f).$$

Mit Hilfe der linken Seite von (6) folgt, dass

$$\hat{x}(f) = \hat{h}(f) \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) e^{-2\pi i k T f}.$$

Nun wenden wir auf beiden Seiten die Fourier-Rücktransformation an und finden unter Verwendung der Transformationstabelle

$$\begin{aligned} x(t) &= \left(h * \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) \delta(\cdot - kT) \right) (t) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) h(t - kT). \end{aligned}$$

Die Rücktransformierte $h(t)$ des Filters $\hat{h}(f)$ berechnet sich mit der Transformationstabelle zu

$$h(t) = T \cdot \frac{\sin(2\pi f_B(t - t_0))}{\pi(t - t_0)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}(t - t_0)\right)}{\frac{\pi}{T}(t - t_0)},$$

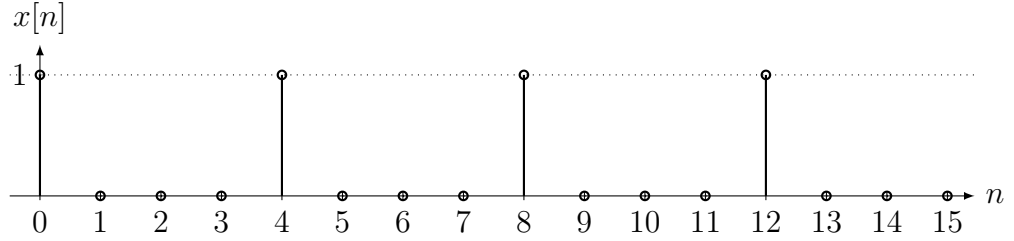
wobei wir $f_B = 1/(2T)$ verwendet haben. Somit ergibt sich die Interpolationsformel

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_0 + kT) \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}(t - (t_0 + kT))\right)}{\frac{\pi}{T}(t - (t_0 + kT))}.$$

Für $t_0 = 0$ ergibt sich hieraus wieder die Interpolationsformel für "gewöhnliche" Abtastung.

3. Aufgabe

- (a) Der Graph des 16-Punkt Signals sieht wie folgt aus:



- (b) Wir berechnen die DFT des 16-Punkt Signals $x[n]$ und nutzen dabei aus, dass $x[n]$ dünn besetzt ist:

$$\begin{aligned}\hat{x}[k] &= \sum_{n=0}^{15} x[n] e^{-2\pi i n k / 16} = x[0] + x[4] e^{-2\pi i 4k / 16} + x[8] e^{-2\pi i 8k / 16} + x[12] e^{-2\pi i 12k / 16} \\ &= 1 + e^{-\pi i k / 2} + e^{-\pi i k} + e^{-3\pi i k / 2}\end{aligned}$$

für $k = 0, 1, \dots, 15$. Um die expliziten Werte für $\hat{x}[k]$ zu berechnen, kann man nun entweder den obigen Ausdruck für $k = 0, 1, \dots, 15$ auswerten oder die folgende vereinfachte Analyse durchführen. Hierfür bemerken wir zunächst, dass $\hat{x}[k]$ 4-periodisch ist, denn

$$\begin{aligned}\hat{x}[k+4] &= 1 + e^{-\pi i (k+4) / 2} + e^{-\pi i (k+4)} + e^{-3\pi i (k+4) / 2} \\ &= 1 + e^{-\pi i k / 2} \underbrace{e^{-2\pi i}}_{=1} + e^{-\pi i k} \underbrace{e^{-4\pi i}}_{=1} + e^{-3\pi i k / 2} \underbrace{e^{-6\pi i}}_{=1} \\ &= \hat{x}[k].\end{aligned}$$

Daher genügt es $\hat{x}[k]$ für $k = 0, \dots, 3$ zu berechnen:

$$\begin{aligned}\hat{x}[0] &= 1 + e^0 + e^0 + e^0 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4, \\ \hat{x}[1] &= 1 + e^{-\pi i / 2} + e^{-\pi i} + e^{-3\pi i / 2} = 1 - i - 1 + i = 0, \\ \hat{x}[2] &= 1 + e^{-\pi i} + e^{-2\pi i} + e^{-3\pi i} = 1 - 1 + 1 - 1 = 0, \\ \hat{x}[3] &= 1 + e^{-3\pi i / 2} + e^{-3\pi i} + e^{-9\pi i / 2} = 1 + i - 1 - i = 0.\end{aligned}$$

Zusammen mit der 4-Periodizität folgt

$$\hat{x}[k] = \begin{cases} 4, & \text{falls } k \in \{0, 4, 8, 12\} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (c) Das N -Punkt Signal $x[n]$ nimmt genau an $L = \sqrt{N}$ Zeitpunkten einen von Null verschiedenen Wert an. Somit ist das N -Punkt Signal $x[n]$ $\sqrt{N}$ -dünn besetzt, das heißt $r = \sqrt{N}$.
- (d) Indem wir die Dünnbesetztheit des N -Punkt Signals $x[n]$ ausnutzen, erhalten wir

$$\begin{aligned}\hat{x}[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-2\pi i k n / N} = \sum_{n \text{ mit } x[n] \neq 0} x[n] e^{-2\pi i k n / N} + \sum_{n \text{ mit } x[n] = 0} x[n] e^{-2\pi i k n / N} \\ &= \sum_{r=0}^{L-1} x[rL] e^{-2\pi i k r L / N} = \sum_{r=0}^{L-1} x[rL] e^{-2\pi i k r / L} = \sum_{r=0}^{L-1} e^{-2\pi i k r / L}\end{aligned}$$

für $k = 0, 1, \dots, N - 1$. Falls k nicht durch L teilbar ist, erhalten wir aus der geometrischen Summenformel $\sum_{n=0}^M q^n = (1 - q^{M+1})/(1 - q)$ für $q \neq 1$, dass

$$\sum_{r=0}^{L-1} e^{-2\pi i k r / L} = \frac{1 - e^{-2\pi i k L / L}}{1 - e^{-2\pi i k / L}} = 0.$$

Falls k durch L teilbar ist, das heisst $k = mL$ für ein $m \in \{0, 1, \dots, L - 1\}$, dann folgt

$$\sum_{r=0}^{L-1} e^{-2\pi i k r / L} = \sum_{r=0}^{L-1} e^{-2\pi i m L r / L} = \sum_{r=0}^{L-1} \underbrace{e^{-2\pi i m r}}_{=1} = L.$$

Somit folgt für die DFT des N -Punkt Signals $x[n]$:

$$\hat{x}[k] = \begin{cases} L, & \text{falls } k = mL \text{ für ein } m \in \{0, 1, \dots, L - 1\} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Damit nimmt die DFT $\hat{x}[k]$ genau an $L = \sqrt{N}$ Stellen einen von Null verschiedenen Wert an, das heisst $r_{\hat{x}} = \sqrt{N}$. Mit dem Ergebnis zu Teilaufgabe (c) folgt, dass $r_x = \sqrt{N} = r_{\hat{x}}$.

4. Aufgabe

(a) Die Differenzengleichung lautet

$$x_2[n] = x_1[n] + \frac{5}{6}x_2[n-1] - \frac{1}{6}x_2[n-2].$$

(b) Wir bestimmen zuerst die Übertragungsfunktion. Die Differenzengleichung lautet im Frequenzbereich

$$\hat{x}_2(\theta) = \hat{x}_1(\theta) + \frac{5}{6}e^{-2\pi i\theta}\hat{x}_2(\theta) - \frac{1}{6}e^{-4\pi i\theta}\hat{x}_2(\theta).$$

Daraus folgt

$$\hat{x}_1(\theta) = \left(1 - \frac{5}{6}e^{-2\pi i\theta} + \frac{1}{6}e^{-4\pi i\theta}\right)\hat{x}_2(\theta)$$

und somit

$$\begin{aligned}\hat{h}(\theta) &= \frac{\hat{x}_2(\theta)}{\hat{x}_1(\theta)} = \frac{1}{1 - \frac{5}{6}e^{-2\pi i\theta} + \frac{1}{6}e^{-4\pi i\theta}} \\ &= \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-2\pi i\theta}\right)\left(1 - \frac{1}{3}e^{-2\pi i\theta}\right)} \\ &= \frac{3}{1 - \frac{1}{2}e^{-2\pi i\theta}} - \frac{2}{1 - \frac{1}{3}e^{-2\pi i\theta}},\end{aligned}$$

wobei der letzte Schritt mittels Partialbruchzerlegung folgt.

Wir berechnen die Impulsantwort mittels Rücktransformation der Übertragungsfunktion (Tabelle) und erhalten

$$h[n] = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n \sigma[n] - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n \sigma[n]. \quad (7)$$

(c) Wir können die BIBO-Stabilität von H anhand der Impulsantwort überprüfen: Es gilt nämlich

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| = \sum_{n=0}^{\infty} \left[3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n \right] = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{2}{1 - \frac{1}{3}} = 3 < \infty, \quad (8)$$

wobei die Summenformel $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1/(1-q)$, für $|q| < 1$, verwendet wurde. Da $h[n]$ absolut summierbar ist, folgt, dass H BIBO-stabil ist.

(d) i. Für $\theta_0 = 1/4$ finden wir

$$x_1[n] = x[n]e^{2\pi i\frac{1}{4}n} = 3e^{2\pi i\frac{1}{4}n}e^{2\pi i\frac{1}{4}n} = 3e^{2\pi i\theta_1 n}$$

mit $\theta_1 = 1/2$. Aus der Transformationstabelle erhalten wir

$$\hat{x}_1(\theta) = 3 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \theta_1 - k).$$

Es folgt somit

$$\hat{x}_2(\theta) = \hat{h}(\theta)\hat{x}_1(\theta) \quad (9)$$

$$= 3 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{3}{1 - \frac{1}{2}e^{-2\pi i\theta}} - \frac{2}{1 - \frac{1}{3}e^{-2\pi i\theta}} \right) \delta(\theta - \theta_1 - k) \quad (10)$$

$$= 3 \left(\frac{3}{1 - \frac{1}{2}\underbrace{e^{-2\pi i\theta_1}}_{=-1}} - \frac{2}{1 - \frac{1}{3}\underbrace{e^{-2\pi i\theta_1}}_{=-1}} \right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \theta_1 - k) \quad (11)$$

$$= \frac{3}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \theta_1 - k), \quad (12)$$

wobei verwendet wurde, dass $\hat{h}(\theta)$ 1-periodisch ist. Der im Grundintervall $[0, 1)$ auftretende Deltaimpuls befindet sich an der Stelle $\theta_1 = 1/2$. Da diese Stelle im Durchlassbereich $[1/3, 2/3]$ des Filters H_{BP} liegt, folgt $\hat{h}_{\text{BP}}(\theta)\hat{x}_2(\theta) = \hat{x}_2(\theta)$. Somit erhalten wir

$$y[n] = \frac{3}{2}e^{-2\pi i\theta_0 n}e^{2\pi i\theta_1 n} = \frac{3}{2}e^{\pi i n/2}.$$

ii. Für $\theta_0 = 1/2$ erhalten wir

$$x_1[n] = x[n]e^{2\pi i\frac{1}{2}n} = 3e^{2\pi i\frac{1}{4}n}e^{2\pi i\frac{1}{2}n} = 3e^{2\pi i\theta'_1 n},$$

wobei $\theta'_1 = 3/4$. Durch Wiederholung der Schritte (9) bis (12) erhalten wir

$$\hat{x}_2(\theta) = \alpha \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \theta'_1 - k),$$

wobei $\alpha \in \mathbb{C}$ eine Konstante ist, die nicht explizit berechnet werden muss. Denn in diesem Fall befindet sich der Deltaimpuls im Grundintervall $[0, 1)$ an der Stelle $\theta'_1 = 3/4$ und liegt damit ausserhalb des Durchlassbereiches von H_{BP} . Somit haben wir $\hat{h}_{\text{BP}}(\theta)\hat{x}_2(\theta) = 0$ und folglich $\hat{y}(\theta) = 0$ und damit $y[n] = 0$.

5. Aufgabe

(a) Für alle $n \in \mathbb{Z}$ gilt

$$x[n] = \int_{(n-1)T}^{nT} x(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} h(nT - t)x(t) dt = (x * h)(nT),$$

wobei

$$h(t) := \begin{cases} 1, & t \in [0, T] \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(b) Das Signal $x(t)$ ist bandbegrenzt durch f_B . Aus $x_h(t) = (x * h)(t)$ folgt $\hat{x}_h(f) = \hat{x}(f) \cdot \hat{h}(f)$ und somit ist auch $x_h(t)$ bandbegrenzt durch f_B . Die Bedingung des Abtasttheorems für $x_h(t)$ ist daher erfüllt, da $T = 1/(2f_B)$ und somit $1/T = 2f_B$. Aus der Interpolationsformel zum Abtasttheorem folgt nun, dass

$$x_h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}(t - nT)\right)}{\frac{\pi}{T}(t - nT)}. \quad (13)$$

(c) Aus der Transformationstabelle erhalten wir

$$\hat{h}(f) = e^{-\pi i f T} \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f}.$$

Daraus ergibt sich, dass die Fouriertransformierte von $x_h(t)$ gegeben ist durch

$$\hat{x}_h(f) = \hat{x}(f) \hat{h}(f) = \begin{cases} \hat{x}(f) \cdot e^{-\pi i f T} \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f}, & |f| \leq \frac{1}{2T} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das Signal x kann aus den Werten $x[n]$, $n \in \mathbb{Z}$, wie folgt rekonstruiert werden: Mit $x[n]$, $n \in \mathbb{Z}$, kann man zunächst $x_h(t)$ mit Hilfe von (13) bestimmen. Die Fouriertransformierte $\hat{x}(f)$ des Signals $x(t)$ ist nach Voraussetzung gleich Null für $|f| > f_B$. Für $|f| \leq f_B$ können die Werte von $\hat{x}(f)$ bestimmt werden durch

$$\hat{x}(f) = \frac{\hat{x}_h(f)}{\hat{h}(f)},$$

wobei hier der Nenner ungleich Null ist, da $|f| \leq f_B = 1/(2T)$ und die erste Nullstelle von $\hat{h}(f)$ bei $f = \pm 1/T$ liegt. Somit können wir das vollständige Signal $\hat{x}(f)$ bestimmen und durch Rücktransformation erhalten wir daraus $x(t)$.